(15) Indice de vidrio. $n_0 = 1,6$
" del aire: $n = 1$
Espesor: $e = 25\,mm$

Altura del objeto: $y_0 = 15\,mm$
Distancia del objeto a la principal: $50\,mm$

$R_1 = +400\,mm$ | $R_2 = -400\,mm$

(A) Matriz de transferencia de la lente gruesa.

M T (Matriz de las 2 refracciones y la propagación dentro del vidrio)

$M = M_2 \cdot T(e) M_1$

1) Aire - Vidrio (1 cara)

Matriz de refracciones: $M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_0 - n}{n_0 R_1} & \frac{n}{n_0} \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1,6-1}{1,6(400)} & \frac{1}{1,6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0,000938 & 0,625 \end{pmatrix}$

2) Propagación dentro del vidrio. $e = 25\,mm$

$$T(e) = \begin{pmatrix} 1 & e \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Por tanto $T = \begin{pmatrix} 1 & 25 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Scanned with CamScanner

Segunda cara: Vidrio - Aire

La matriz de refracción de 2 cara es:

$$M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n-n_0}{nR_2} & \frac{n_0}{n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1-1,6}{1(-100)} & 1,6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0,0015 & 1,6 \end{pmatrix}$$

Multiplicamos con los mecánicos: $T.M1 = \begin{pmatrix} 1 & 0,5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0,0009375 & 0,625 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9765 & 15,621 \\ -0,00093 & 0,625 \end{pmatrix}$$

Ahora multiplicamos por M_2: $M = M_2 (TM1)$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0,0015 & 1,6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,9765 & 15,625 \\ -0,0009 & 0,625 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0,976 & 15,05 \\ -0,002 & -0,375 \end{pmatrix}$$

(B) Distancia focal: $M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$

$p' = -1/C \qquad C = -0,002$

$f = 1/C$

$$f' = -\frac{1}{-0,003} = 333 \text{ mm}$$

) Para la distancia focal objetiva

$$f = \frac{1}{-0,003} = 333 \text{ mm}$$

La lente es convergente $\Rightarrow P = \frac{1}{f'(m)} = \frac{1}{(0,333)} = 2,965 D$

Esto en m

© Posición de los elementos calculados

1) Planos principales H y H'

Las distancias desde los vértices a los planos principales se calculan mediante

$$d_1 = \frac{D-1}{C} \qquad d_2 = \frac{A-1}{C}$$

$$A = D = 0,97$$

$$d_1 = d_2 = \frac{0,97 - 1}{-0,003} = 7,91 m$$

El plano principal objeto H está a 7,91 mm a la derecha del primer vértice V1

El plano principal imagen H' está a 7,91 mm a la izquierda del 2 vértice V2

Como el espesor es 25mm, la posición H', medida desde V1 es:

$x_{H'} = 25 - 7{,}91 = 17{,}09\ mm$

Foco objeto → está a distancia focal objeto de H

$x_F = d_1 + f = 7{,}91 - 337{,}29 = -329{,}38\ mm$

El foco imagen → está a distancia focal imagen de H'

$x_{F'} = x_{H'} + f' = 17{,}09 + 337{,}29 = 354{,}38\ mm$

Puntos Nodales N y N'

Como la lente está rodeada de aire por ambos lados, los puntos nodales coinciden con los planos principales

$x_N = 7{,}91\ mm$

$x_{N'} = 17{,}09\ mm$

④ Posición y tamaño de la imagen

El objeto real tiene una altura de 15mm y está situado a 50mm a la izquierda de la primera cara

La posición respecto al vértice es: $x_O = -50\ mm$

Como el plano principal objeto H está en $x_H = +7{,}91\ mm$

la distancia objeto respecto a H:

$s = x_O - x_H = -50 - 7{,}91 = -57{,}91\ mm$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-57{,}91} = \frac{1}{33{,}99}$$

$$\frac{1}{s'} + 0{,}01727 = 0{,}02996$$

$$\frac{1}{s'} = 0{,}02996 - 0{,}017 = -69{,}89\,mm$$

La ~~primera~~ imagen se encuentra 69,89mm de la izquierda del plano principal imagen H'

Para hallar su posición respecto al vértice es:

$$x_1 = x_{H'} + s' = 17{,}09 - 69{,}89 = -52{,}80\,mm$$

La imagen queda unos 52,80mm a la izquierda de la cara

Tamaño de la Imagen

El aumento lateral es $B = \frac{s'}{s} = \frac{-69{,}89}{-57{,}91} = +1{,}207$

El tamaño de la imagen es: $y' = By = 1{,}207 \cdot 15$

$= 18{,}11\,mm$

(46) $n = 1,5$ Primera cara plana: $R_1 = \infty$

$n_0 = 1$ Segunda cara concava $R_2 = 120\,mm$

$e = 12\,mm$ Objeto real: altura $y_0 = 10\,mm$

a 200 mm a la izquierda de V_1

A) Matriz de Gauss respecto a los vertices V_1 y V_2

La matriz de refracción de una superficie esférica es

$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\phi & 1 \end{pmatrix} \quad \phi = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Como la primera cara es plana: $\phi_1 = \frac{1,5-1}{\infty} = 0$

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz de propagación dentro de la lente

$$M_T = \begin{pmatrix} 1 & e/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 12/1,5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz de refracción en la 2 cara es:

$$\phi_2 = \frac{1-1,5}{200} = -0,0025\,mm^{-1}$$

$$M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\phi_2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,0025 & 1 \end{pmatrix}$$

Scanned with CamScanner

La matriz total de la lente es

$$M = M_2 M T M_1$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0{,}025 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0{,}025 & 1{,}02 \end{pmatrix}$$

(B) Distancia focal, objeto e imagen

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

La distancia focal $f = \frac{-1}{C} = \frac{-1}{0{,}025\,m^{-1}} = -40\,cm$

La lente es divergente, por lo que la distancia focal es negativa

Para una lente objetivo, las distancias focales se miden desde los puntos principales

En el aire las 2 distancias focales son iguales

$$f_{objetivo} = f_{imagen} = -40\,cm$$

(c) Potencia de los planos focales principales y de los focos

La matriz del conjunto puede expresarse como

$$M = \begin{pmatrix} 1 & q \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ C & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & p \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$p = \frac{D-1}{C} = \frac{1,02-1}{0,025} = 8\ mm$$

$$q = \frac{A-1}{C} = \frac{1-1}{0,025} = 0\ mm$$

Por tanto, las potencias de los planos principales son:

1) Plano principal: H_1 está a 8 mm a la derecha de V_1

2) Segundo plano principal H_2: coincide con V_2

Como V_2 está a 12 mm de V_1, el primer plano principal queda 4 mm a la izquierda de V_2

Potencia de los focos

Para una lente divergente $f = -400\ mm$

El foco F_1 está a una distancia de $f = 400\ mm$ a la derecha de H_1

$$X_{F1} = 8 + 400 = 408\ mm$$

El foco imagen F_2 está a una distancia $f = -400\ mm$ a la izquierda de $H_2 = V_2$

$$X_{F2} - X_{V2} = -400\ mm$$

④ Matriz del sistema respecto a los planos principales.

En los planos principales: la lente se comporta como una lente delgada de distancia focal objeto efectiva $f = -400\,mm$

$$M_H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/-400 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0{,}0025 & 1 \end{pmatrix}$$

⑤ Potencia y tamaño de la imagen

La matriz de propagación en aire desde el objeto hasta V_1 es:

$$M_{01} = \begin{pmatrix} 1 & 000 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La matriz total desde el plano hasta el objeto V_2 es

$$M_{01V2} = M_{H1}\,M_{01}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0{,}0025 & 1{,}02 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 200 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 208 \\ 0{,}0025 & 1{,}52 \end{pmatrix}$$

Calculamos la distancia imagen

Sea la distancia s' desde V_2 hasta la imagen, positiva hacia la derecha

La matriz de propagación es:

$$M_{I1} = \begin{pmatrix} 1 & s' \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La matriz total es:

$$M_{Total} = M_1 \cdot M_0 \cdot V_2$$

El elemento superior derecho = 0, para que todos los rayos procedentes de un punto del objeto se reúnan en un mismo punto imagen

$$20f + 1{,}52s' = 0$$

$$s' = \frac{-20f}{1{,}52} = -130{,}84\,mm$$

El signo negativo indica que la imagen está a la izquierda de V2, en el mismo lado que el objeto. Es una imagen virtual

Respecto a esa posición es: $x_1 = 12 - 130{,}84 = -124{,}84\,mm$

Así que la imagen está a 184 mm a la izquierda de V1

Calculo el tamaño de la imagen

La matriz total, una vez impuesta la condición de imagen tiene como elementos

$$A' = 1 + 0{,}0025 s' = A + 0{,}0025(-130{,}84) = 0{,}6719$$

$$B = y_1 / y_0 = 0{,}6719$$

↓

La altura de la imagen es: $y_1 = B\,y_0 = 0{,}6719(10) = 6{,}5\,mm$

El aumento es positivo por lo que está a la imagen es a la derecha y del tamaño es menor que el objeto

(13) ~~Matriz de la lente entre los vértices V1 y V2~~

Índice de refracción de la lente $n = 1,5$

Medio exterior: $n = 1$

Espesor de la lente: $e = 12$ mm

V_1 - esférica y cóncava

V_2 - Plana

(1) Matriz de la lente respecto a los vértices V_1 y V_2

Refracción en las primeras caras

La matriz de refracción de una superficie esférica es

$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n_2 - n_1}{R} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Theta_1 = +\frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{1,5 - 1}{125} = 0,004 \text{ mm}^{-1}$$

Por tanto $M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0,004 & 1 \end{pmatrix}$

Propagación en el interior de la lente

$$M_{TRANSLACIÓN} = \begin{pmatrix} 1 & e/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_T = \begin{pmatrix} 1 & 12/1,5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Scanned with CamScanner

Refracción en la 2 cara.

La segunda cara es plana por lo que la potencia es nula

$$Q_2 = \frac{1-1,5}{\infty} = 0$$

$$M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz total $\rightarrow M = M_2 \cdot T \cdot M_1$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0,004 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,968 & 8 \\ -0,004 & 1 \end{pmatrix}$$

2

$$M_{V1V2} = \begin{pmatrix} 0,968 & 8 \\ -0,004 & 1 \end{pmatrix}$$

(B) Distancia focal objeto e imagen

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

$$f' = -\frac{1}{C} = \frac{-1}{-0,004} = 25\,cm$$

Al estar la lente rodeada de aire por ambos lados las distancias focales objetivas objeto e imagen tienen el mismo módulo

$$f = f' = 25cm$$

Lente es convergente +

(C) Posición de los planos principales y de los focos

$$M = T(q) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ C & 1 \end{pmatrix} T(p)$$

↓ Expresamos la matriz entre los vértices mediante planos principales.

$$T(d) = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Al desarrollar el producto $A = 1 + qC$ $D = 1 + pC$

$$p = \frac{D-1}{C} \qquad q = \frac{A-1}{C}$$

Sustituimos los valores de la matriz

$$p = \frac{1-1}{=0,004} = 0\,mm$$

$$q = \frac{0,968-1}{-0,004} = 8\,mm$$

Posición de los planos principales

Primer plano principal $H_1 - p = 0$ - por lo que coincide con V1

$$x_{H1} = 0mm$$

Segundo plano principal H_2 se encuentra a 8 mm a la izquierda de V2

$$x_{H1} = 0\,mm$$

$$x_{H2} = 12 - 8 = 4mm$$

Posicion de los focos

El foco objeto se encuentra a una distancia a 250mm a la izquierda de H_1
el foco imagen F' se encuentra a una distancia 250mm a la derecha de H_2

Así es: $x_F = 0 - 250 = -250\,mm$

$x_{F'} = 4 + 250 = 254\,mm$

⑤ Matriz del sistema respecto a los planos principales

$$M_H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f' & 1 \end{pmatrix}$$

Como $f' = 250mm \rightarrow M_H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/250 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0,004 & 1 \end{pmatrix}$

Matriz entre vértices: $\begin{pmatrix} 0,968 & 0 \\ -0,004 & 1 \end{pmatrix}$

Matriz entre planos principales: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0,004 & 1 \end{pmatrix}$

⑥ Posicion de los planos conjugados $M - M'$ con aumento lateral $-5/3$

$$\beta = -5/3 = \frac{s'}{s} \quad \begin{matrix} \leftarrow \text{Distancia del objeto a } H_1 \\ \leftarrow \text{Distancia de la imagen a } H_2 \end{matrix}$$

$$-\frac{s'}{s} = -\frac{5}{3} \rightarrow \boxed{s' = \frac{5}{3}s}$$

El signo negativo del aumento indica que la imagen está invertida

Aplicamos la ecuación de Gauss

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

$f' = 250\,mm \qquad s' = 5/3\,s$

$$\frac{1}{250} = \frac{1}{s} + \frac{3}{5s}$$

$$\frac{1}{250} = \frac{8}{5s}; \quad 5s = 8250$$

$$s = \frac{2000}{5} = 400\,mm$$

Calculamos la distancia imagen

$$s' = \frac{5}{3}s; \quad s' = \frac{5}{3}400 = 666,67\,mm$$

Posición respecto a los vértices

H_1 coincide con V_1

H_2 está a 8 mm a la izquierda de V_2

El objeto está a 400 mm a la izquierda de H_1 por lo que $x_m = -400\,mm$ respecto a V_1

La imagen está a 666,67 mm a la derecha de H_2

Como H_2 está a la izquierda de V_2

$$s'_{V_2} = 666,7 - 8 = 658,7\,mm \text{ a la derecha de } V_1$$

Segunda cara: Vidrio - Aire

La matriz de refracción de 2 caras es:

$$M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n-n_0}{nR_2} & \frac{n_0}{n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1-1,6}{1(+100)} & 1,6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0,0015 & 1,6 \end{pmatrix}$$

Multiplicamos con tres matrices: $T.M1 = \begin{pmatrix} 1 & 05 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0,0009375 & 0,625 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9765 & 15,621 \\ -0,00093 & 0,625 \end{pmatrix}$$

Ahora multiplicamos por M2: $M = M_2(TM1)$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0,0015 & 1,6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,9765 & 15,625 \\ -0,0009 & 0,625 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0,976 & 15,65 \\ -0,002 & -0,375 \end{pmatrix}$$

(B) Distancia focal: $M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$

$p' = -1/C \qquad C = -0,002$

$f = 1/C$

$= \frac{1}{-0,003} = 337 \text{ mm}$

Para la distancia focal objeto

$f = \frac{1}{-0,003} = 337 \text{ mm}$

La lente es convergente $\Rightarrow P = \frac{1}{f'(m)} = \frac{1}{0,337} = 2,965 D$

Esto en m

c) Posición de los planos calculados

1) Planos principales H e H'

Las distancias desde los vértices a los planos principales se calculan mediante

$$d_1 = \frac{D-1}{C} \qquad d_2 = \frac{A-1}{C}$$

$A = D = 0,97$

$$d_1 = d_2 = \frac{0,97 - 1}{-0,003} = 7,91 m$$

El plano principal objeto H está a 7,91 mm a la derecha del primer vértice V1

El plano principal imagen H' está a 7,91 mm a la izquierda del 2 vértice V2

Como el espesor es 25mm, la posición H', medida desde V1 es:

$x_{H'} = 25 - 7{,}91 = 17{,}09\ mm$

Foco objeto → está a distancia focal objeto de H

$x_F = d_1 + f = 7{,}91 - 337{,}29 = -329{,}38\ mm$

El foco imagen → está a distancia focal imagen de H'

$x_{F'} = x_{H'} + f' = 17{,}09 + 337{,}29 = 354{,}38\ mm$

Puntos Nodales N y N'

Como la lente está rodeada de aire por ambos lados, los puntos nodales coinciden con los planos principales

$x_N = 7{,}91\ mm$

$x_{N'} = 17{,}09\ mm$

(D) Posición y tamaño de la imagen

El objeto real tiene una altura de 15mm y está situado a 50mm a la izquierda de la primera cara

Su posición respecto al vértice es: $x_O = -50\ mm$

Como el plano principal objeto H está en $x_H = +7{,}91\ mm$

La distancia objeto respecto a H:

$s = x_O - x_H = -50 - 7{,}91 = -57{,}91\ mm$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{-57,91} = \frac{1}{337,29}$$

$$\frac{1}{s'} + 0,017217 = 0,00296$$

$$\frac{1}{s'} = 0,00296 - 0,017 = -69,89mm$$

La ~~primera~~ imagen se encuentra 69,89mm de la izquierda del plano principal imagen H'

Para hallar se poriach respecto al vértice es:

$$X_1 = X_{H'} + s' = 17,09 - 69,89 = -52,80mm$$

La imagen queda unos 52,80mm a la izquierda de la cara

Tamaño de la Imagen

El aumento lateral e $B = \frac{s'}{s} = \frac{-69,89}{-57,91} = +1,207$

El tamaño de la imagen es: $y' = By = 1,207 \cdot 15$

$= 18,11mm$

(46) $n = 1,5$
$n_0 = 1$
$e = 12mm$

Primera cara plana: $R_1 = \infty$
Segunda cara concava $R_2 = 120mm$
Objeto real: altura $y_0 = 10mm$
situado a 200 mm a la izquierda de V_1,

A) Matriz de cada respecto a los vertices V_1 y V_2

La matriz de refraccion de una superficie esferica es

$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\phi & 1 \end{pmatrix} \quad \phi = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

Cono la primera cara es plana: $\phi_1 = \frac{1,5-1}{\infty} = 0$

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz de propagacion dentro de la lente

$$M_T = \begin{pmatrix} 1 & e/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 12/1,5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz de refraccion en la 2 cara es:

$$\phi_2 = \frac{1-1,5}{200} = -0,0025 m^{-1}$$

$$M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\phi_2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,025 & 1 \end{pmatrix}$$

Scanned with CamScanner

"Matriz total de la lente es

$$M = M_2 M T M_1$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0{,}025 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0{,}025 & 1{,}2 \end{pmatrix}$$

(B) Distancia focal, objeto e imagen

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

La distancia focal $f = -\frac{1}{C} = \frac{-1}{0{,}025\ m^{-1}} = 40\ cm$

La lente es divergente, por lo que la distancia focal es negativa

Para una lente objetivo, las distancias focales se miden desde los planos principales

En el aire las 2 distancias focales son iguales

$$f_{objeto} = f_{imagen} = -40\ cm$$

(c) Porlacn de cos planos focal mnapaos y de cos focos

a matH de cenc puede expresarse cono

$$M = \begin{pmatrix} 1 & q \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ C & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & p \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$p = \frac{D-1}{C} = \frac{1,02-1}{0,0025} = 8\ mn$$

$$q = \frac{A-1}{C} = \frac{1-1}{0,0025} = 0\ mn$$

Por tanto, las porlacnes de cos planos mnapaos son:

1) Peano Plincpal: H1 está a 8nn a la derecha de V1

2) segundo Peanc Plincpal H2: canade con V2

cona lo está a 12 nn de V1, el mmer peano mncapal

qe da 4mn a la 17quierda de V2

Relacn de cos focos

Para una cenle decergente $\rightarrow f = -400\ mn$

el chjelo F1 está a una distanca de $f = 400mn$ a

la derecha de H1

$$X_{F1} = 8 + 400 = 408\ mm$$

El foco cnagen F2 está a una distanca $f = -400\ mn$

a la 17quierda de $H_2 = V_2$

$$X_{F2} - X_{V2} = -400\ mn$$

① Matriz del sistema respecto a los planos principales:

En los planos principales, la lente se comporta como una lente delgada de distancia focal objeto efectiva $f = -400\,mm$

$$M_H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/-400 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0{,}0025 & 1 \end{pmatrix}$$

② Potencia y tamaño de la imagen

La matriz de propagación en aire desde el objeto hasta V_1 es:

$$M_O = \begin{pmatrix} 1 & 200 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La matriz total desde el plano hasta el objeto V_2 es

$$M_{OV2} = M\,M_O$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0{,}0025 & 1{,}02 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 200 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 208 \\ 0{,}0025 & 1{,}52 \end{pmatrix}$$

Calculamos la distancia imagen

Sea la distancia s' desde V_2 hasta la imagen positiva hacia la derecha

La matriz de propagación es:

$$M_I = \begin{pmatrix} 1 & s' \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La matriz total es:

$$M_{Total} = M_1 \cdot M_0 V_2$$

El elemento superior derecho = 0, para que todos los rayos procedentes de un punto del objeto se reúnan en un mismo punto imagen

$$20\delta + 1{,}52 s' = 0$$

$$s' = \frac{-20\delta}{1{,}52} = -136{,}84 mm$$

El signo negativo indica que la imagen está a la izquierda de V_2, en el mismo lado que el objeto. Es una imagen virtual

Respecto a esa posición es: $x_1 = 12 - 136{,}84 = -124{,}84 mm$

Así que la imagen está a 184 mm a la izquierda de V_1

Calculo el tamaño de la imagen

La matriz total, una vez impuesta la condición de imagen tiene como elementos

$$A' = 1 + 0{,}0025 s' = A + 0{,}0025(-136{,}84) = 0{,}6579$$

$$B = y_1 / y_0 = 0{,}6579$$

↓

La altura de la imagen es: $y_1 = B y_0 = 0{,}6579(10)$

$= 6{,}58 mm$

El aumento es positivo ya que está a la imagen es a la derecha y el tamaño es menor que el objeto

(17) ~~Matriz lente entre los vértices V1 y V2~~

Indice de refracción de lente $n = 1,5$

Medio exterior: $n = 1$

Espesor de la lente: $e = 12$ mm

V_1 - esférica y convexa

V_2 - Plana

(A) Matriz de la lente respecto a los vértices V_1 y V_2

Refracción en las primeras caras

La matriz de refracción de una superficie esférica es

$$M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n_2 - n_1}{R} & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Theta_1 = -\frac{n_2 - n_1}{R} = \frac{1,5 - 1}{125} = 0,004\ mm^{-1}$$

Por tanto $M_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0,004 & 1 \end{pmatrix}$

Propagación en el interior de la lente

$$M_{TRANSLACIÓN} = \begin{pmatrix} 1 & e/n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_T = \begin{pmatrix} 1 & 12/1,5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Scanned with CamScanner

Refracción en la 2 cara.

La segunda cara es plana por lo que la potencia es nula

$$\varphi_2 = \frac{1-1,5}{\infty} = 0$$

$$M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Matriz total $\rightarrow M = M_2 \cdot M_1 \cdot M_1$

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0,004 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,968 & 8 \\ -0,004 & 1 \end{pmatrix}$$

2

$$M_{V1V2} = \begin{pmatrix} 0,968 & 8 \\ -0,004 & 1 \end{pmatrix}$$

(B) Distancia focal objeto e imagen

$$M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

$$f' = -\frac{1}{C} = \frac{-1}{-0,004} = 25\,cm$$

Al estar la lente rodeada de aire por ambos lados las distancias focales objetivas objeto e imagen tienen el mismo módulo

$$f = f' = 25cm$$

1

Lente es convergente $\rightarrow$

(C) Posición de los planos principales y de los focos

$$M = T(q) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ C & 1 \end{pmatrix} T(p)$$

Expresamos la matriz entre los vértices mediante planos principales

$$T(d) = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Se desarrollan el producto $A = 1 + qC \quad D = 1 + pC$

$$p = \frac{D-1}{C} \qquad q = \frac{A-1}{C}$$

Sustituimos los valores de la matriz

$$p = \frac{1-1}{-0,004} = 0\,mm$$

$$q = \frac{0,968-1}{-0,004} = 8\,mm$$

Posición de los planos principales

Primer plano principal: $H_1 - P = 0$ - por lo que coincide con V1

$$x_{H1} = 0mm$$

Segundo plano principal e H_2 se encuentra a 8 mm a la izquierda de V2

$$x_{H1} = 0\,mm$$

$$x_{H2} = 12 - 8 = 4mm$$

Posicion de los focos

El foco objeto se encuentra a una distancia 250mm a la izquierda de H_1
el foco imagen F' se encuentra a una distancia 250mm a la derecha de H_2

Así es: $x_F = 0 - 250 = -250\,mm$

$x_{F'} = 4 + 250 = 254\,mm$

④ Matriz del sistema respecto a los planos principales

$$M_H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f' & 1 \end{pmatrix}$$

Como $f' = 250mm \rightarrow M_H = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/250 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0,004 & 1 \end{pmatrix}$

Matriz entre vértices: $\begin{pmatrix} 0,968 & 0 \\ -0,004 & 1 \end{pmatrix}$

Matriz entre planos principales: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0,004 & 1 \end{pmatrix}$

⑤ Posicion de los planos conjugados $H - H'$ con aumento lateral $-5/3$

$\beta = -5/3 = \frac{s'}{s}$ ← Distancia del objeto a H_1
← Distancia de la imagen a H_2

$$-\frac{s'}{s} = -\frac{5}{3} \rightarrow s' = \frac{5}{3}s$$

El signo negativo del aumento indica que la imagen está invertida

Usamos la ecuación de Gauss

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'}$$

$f' = 25\,cm \qquad s' = 5/3\,s$

$$\frac{1}{250} = \frac{1}{s} + \frac{3}{5s}$$

$$\frac{1}{250} = \frac{8}{5s}; \quad 5s = 8250$$

$$s = \frac{2000}{5} = 400\,mm$$

Calculamos la distancia imagen

$$s' = \frac{5}{3}s; \quad s' = \frac{5}{3}400 = 666,67\,mm$$

Posición respecto a los vértices

H_1 coincide con V_1

H_2 está a 8 mm a la izquierda de V_2

El objeto está a 400 mm a la izquierda de H_1 por lo que $x_m = -400\,mm$ respecto a V_1

La imagen está a 666,67 mm a la derecha de H_2

Como H_2 está a la izquierda de V_2

$s'_{V_2} = 666,7 - 8 = 658,7\,mm$ a la derecha de V_1