(18) DIOPTRIO

① Distancia focal objeto e imagen

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{R}$$

$n = 1$

$n' = 1{,}5$

$R = 500\,mm$

→ Posición del objeto

↓

$s = -250\,mm$

$s' = +250\,mm$

Distancia focal objeto e imagen

Las distancias focales se obtienen el objeto o la imagen están en el infinito

Foco imagen: F': El objeto está en el infinito, por lo que $1/s = 0$

$$\frac{n'}{f'} = \frac{n'-n}{R}$$

↓

$$\frac{1{,}5}{f'} = \frac{1{,}5-1}{500}\,; \quad \boxed{f' = 1500\,mm = 1{,}5\,m}$$

El foco imagen F' está a 1500 mm está a la derecha del vértice

Foco objeto F: La imagen está en el infinito, por lo que $1/s' = 0$

$$-\frac{n}{f} = \frac{n'-n}{R}\,; \quad -\frac{1}{f} = \frac{1{,}5-1}{500}$$

$$f = -\frac{1 \cdot 500}{0{,}5} = -1000\,mm = -1\,m$$

El foco objeto F está a 1000 mm a la izquierda de la lente

(B) Matriz de transferencia respecto al vértice O

La matriz depende de cómo definamos el vector del rayo se toman el vector (y, θ) donde y es la altura y θ el ángulo con el eje óptico, la matriz de refracción es:

$$M_O = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n'-n}{n'R} & \frac{n}{n'} \end{pmatrix}$$

$$M_O = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1,5-1}{1,5 \cdot 500} & 0,667 \end{pmatrix}$$

La matriz transforma el rayo incidente en el refractado

$$\begin{pmatrix} y' \\ \theta' \end{pmatrix} = M_O \begin{pmatrix} y \\ \theta \end{pmatrix}$$

$$y' = y = 0 \quad \theta = -6,67 \cdot 10^{-4} y + 0,667 \theta$$

(C) Posición de la imagen y aumentos

El objeto es real y está situado 25 cm de la izquierda del vértice: $s = -250$ mm

Aplicamos la ecuación del dioptrio esférico:

Aplicamos la ecuación del dioptrio esférico

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{R}$$

↓

$$\frac{1,5}{s'} - \frac{1}{-250} = \frac{1,5-1}{500} \quad \frac{1,5}{s'} + 0,004 = 0,001$$

$$\frac{1,5}{s'} = -0,003$$

$s' = -500\,mm = -50\,cm$. Como la posición ~~es~~ imagen negativa, la imagen se sitúa a la izquierda del vértice en el mismo lado que el objeto. La imagen es virtual

Aumento lateral

El aumento lateral de un dioptrio esférico es:

$$m_L = \frac{n \cdot s'}{n' \cdot s} = \frac{1 \cdot (-500)}{1,5 \cdot (-250)} = 1,33$$

El signo positivo indica que la imagen está derecha respecto al objeto. El tamaño es aproximadamente 1,33

(b) Tamaño de la imagen de un objeto de 1cm

$$y = 1\,cm \qquad m_L = \frac{y'}{y} = 1,33$$

$$y' = m_L \cdot y = 1,33 \cdot 1 = 1,33\,cm$$

La imagen aproximadamente 1,33 cm, es virtual derecha y aumentada

(e) Altura y angulo replacado once puntos

Altura: $y_0 = 10mm$

Ángulo: $\theta = 10^\circ$

Distancia de O a b 250mm

" V a P: 250 mm

(1) $\theta = 10^\circ \frac{\pi}{180^\circ} = 0,17453 rad$

Durante la propagacion desde O hasta V: La altura cambia segun:

$$y_V = y_0 + 250\,\theta = 10 + 250\,(0,17453) = 53,63 mm$$

Calculo de angulo refractado →

$$\theta' = -\frac{n' - n}{nR} y_V + \frac{n}{n'} \theta$$

$$= -\frac{0,5}{1,5 \cdot 500}(53,63) + \frac{1}{1,5}(0,17453) =$$

$$= -0,03576 + 0,11635 = 0,08059 rad \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$$

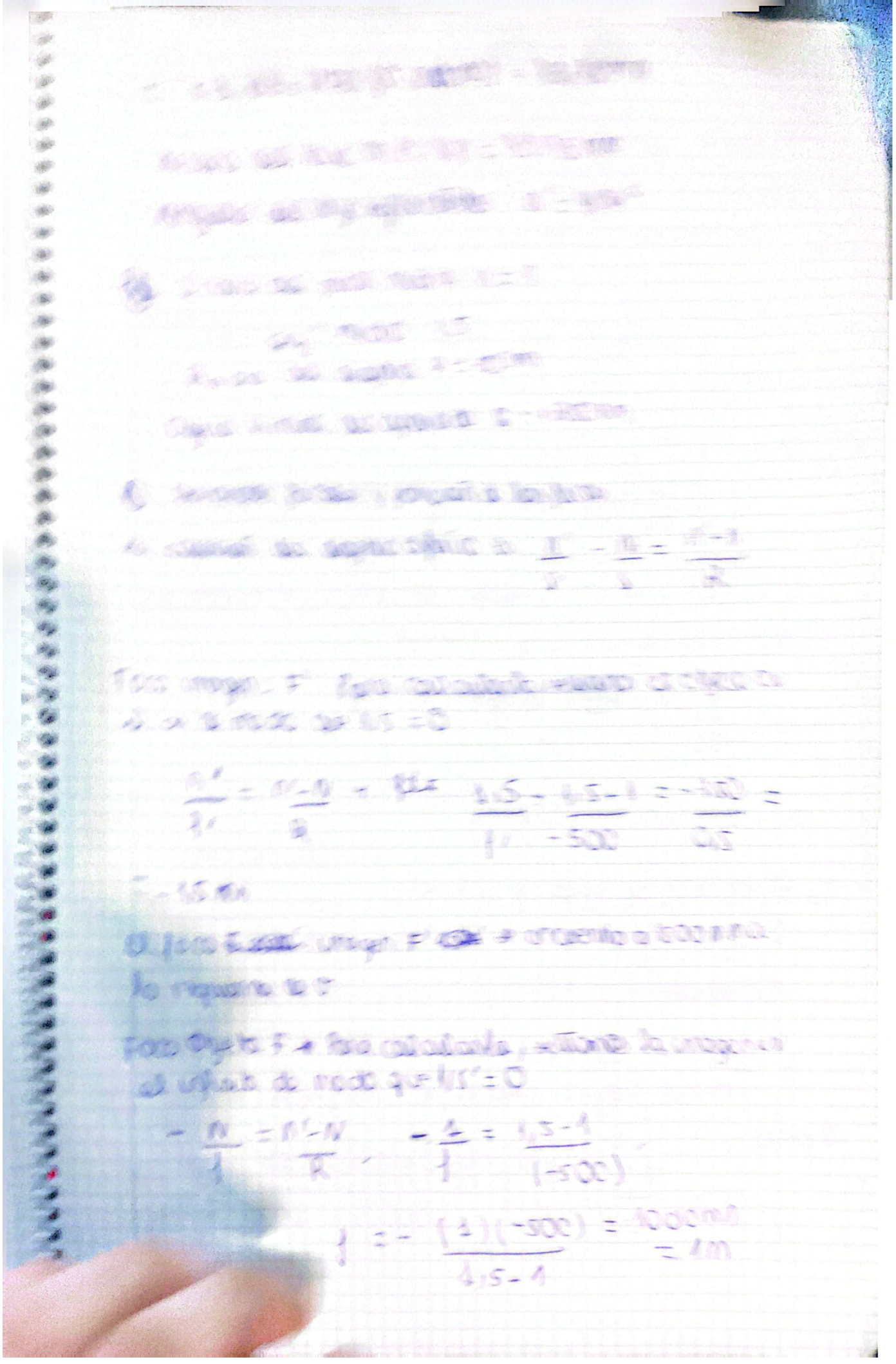
$$= 4,620$$

Calculo de la altura del rayo en P

El punto P está a 250 mm a la derecha del vértice.

La altura del rayo es de:

$$y_P = y_V + 250\,\theta'$$



El foco objeto F está a 1000mm a la derecha de V

(B) Matriz de transferencia respecto al vértice V:

Usando el vector de rayo (y, θ) con y en milímetros y θ en radianes, la matriz de refracción es

$$M_V = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-n'-n}{n'R} & \frac{n}{n'} \end{pmatrix}$$

$$M_V = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1,5-1}{1,5(-500)} & \frac{1}{1,5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 6,67\cdot10^{-4} & 0,667 \end{pmatrix}$$

Esta matriz permite la ~~refracción~~ altura y el ángulo del rayo antes y después de la refracción

$$\begin{pmatrix} y' \\ \theta' \end{pmatrix} = M_V \begin{pmatrix} y \\ \theta \end{pmatrix} \qquad y' = y$$

$$\theta' = 6,67\cdot10^{-4} y + 0,667\,\theta$$

(C) Posición de la imagen y aumentos

El objeto es virtual y se encuentra a 25cm de V por tanto $s = +250mm$

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'-n}{R}$$

Dioptrio

$$\frac{1,5}{s'} - \frac{1}{250} = \frac{1,5-1}{-500} \quad ; \quad \frac{1,5}{s'} = \frac{0,5}{500} + \frac{1}{250}$$

$$\frac{1,5}{s'} = 0,003$$

$$s' = +500\,mm = 50\,cm$$

La imagen está a la derecha de V en el segundo medio

Como $s' > 0$, la imagen es real

Aumento lateral → $B = \frac{y'}{y} = \frac{n \cdot s'}{n' \cdot s} = \frac{1 \cdot 500}{1,5 \cdot 250}$

$$= \frac{500}{375} = +1,33$$

El aumento es positivo, por lo que la imagen es derecha respecto al objeto y su tamaño es 1,33 veces el original

Aumento Angular → $\chi = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{s}{s'}$

$\chi = \frac{250}{500} = 0,5$ → El aumento angular es 0,5

(d) Tamaño de la imagen de un objeto de 1 cm

La altura del objeto es: $y = 1\,cm$

$$B = \frac{y'}{y} = 1,33, \quad y' = B \cdot y = 1,33 \cdot 1\,cm = 1,33\,cm$$

La imagen es real, derecha y aumentada con un tamaño aproximado de 1,33 cm

(e) Planos conjugados con aumento lateral $B = -1$

Estos son los planos antiprincipales

$$B = \frac{n \cdot s'}{n' \cdot s} = -1$$

$$\frac{1 \cdot s'}{1{,}5 \cdot s} = -1, \quad \boxed{s' = -1{,}5 \cdot s}$$

Ahora sustituimos en la ecuación de dioptría

$$\frac{1{,}5}{s'} - \frac{1}{s} = 0{,}001$$

$$s' = -1{,}5s \rightarrow \frac{1{,}5}{-1{,}5s} - \frac{1}{s} = -0{,}001$$

$$-\frac{1}{s} - \frac{1}{s} = -0{,}001$$

$$-\frac{2}{s} = -0{,}001$$

$$s = \frac{2}{0{,}001} = 2000 mm$$

Calculamos la conjugada: $s' = -1{,}5(2000) =$

$$= 3000 mm$$

Para objeto: 2000mm a la derecha de V

Para imagen: 3000 mm a la izquierda de V

(F) Puntos conjugados con aumento angular: $\gamma = -1$

Estos son los puntos antinodales: $\gamma = \frac{s}{s'} = -1$

Despejamos: $s' = -s$

Sustituimos en la ecuación del dioptrio:

$$\frac{1,5}{s'} - \frac{1}{s} = -0,001$$

$$\underline{s' = -s} \rightarrow \frac{1,5}{-s} - \frac{1}{s} = -0,001$$

$$\downarrow$$

$$-\frac{1,5}{s} - \frac{1}{s} = -0,001$$

$$-\frac{2,5}{s} = -0,001 \cdot s = \frac{2,5}{0,001} = 2500\ mm$$

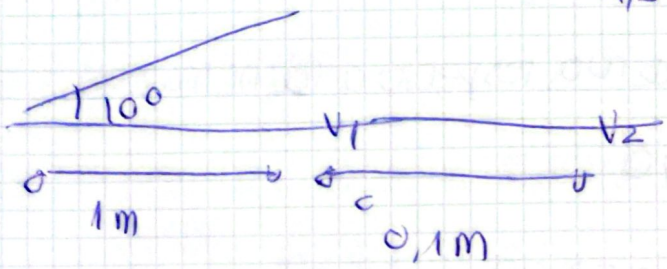
$s' = -s = -2500\ mm$

Punto objeto: 2500 mm a la derecha de V

Imagen: 2500 mm a la izquierda de V

(13)

$n' = 1,5$



(A) Altura de la incidencia:

El rayo parte del punto (-1,0) porque se traza como

Tomamos el eje óptico horizontal, el vértice de la primera cara en $x = 0$, el centro de la curvatura y el rayo que sale del emisor hacia arriba con un 10°

(A) $y = (x + 1) \cdot tg\,100$

La superficie esférica cumple: $(x - 0{,}25)^2 + y^2 = 0{,}25^2$

Al sustituir la trayectoria del rayo en la ecuación de la esfera x al elegir la intersección cercana al vértice

$$x_1 = -0{,}0153\ m$$

$$y_1 = (1 - 0{,}0153)\, tg\, 10^\circ = 0{,}1735\ m$$

La altura del incidencia es aproximadamente 17,35 cm

(B) ¿Con qué ángulo abandona la cara?

$$\alpha = \arcsen\left(\frac{y_1}{R}\right) = \left(\arcsen\left|\frac{0{,}1735}{0{,}25}\right.\right) = 43{,}90$$

Como el rayo incide desde el aire al vidrio, aplicamos la ley de Snell:

$$n \sen i = n' \sen r$$

El ángulo de incidencia respecto a la normal es:

$$i = 10^\circ + \alpha = 53{,}90$$

$$\sen r = \frac{1}{1{,}5} \cdot \sen 53{,}90 = 32{,}80$$

el angulo del rayo dentro del vidrio es

$\theta_1 = \alpha - i = 11,1^\circ$

(c) (A que altura incide en la segunda cara)

La segunda cara es plana y está a 0,1 m del vértice de la lupa.

$y_2 = y_1 + e\,tg\,\theta_1 = 0,1235 + 0,1\ tg\,11,1^\circ = 0,1931$

La altura en la segunda cara es aproximadamente 19,31 cm

(d) (Con que ángulo abandona la cara)

La segunda cara es plana, así que sea normal coincide con el eje óptico. Aplicamos Snell desde el vidrio al aire.

$n' \cdot sen\theta_1 = n\,sen\theta_2$

$1,5\ sen\ 11,1^\circ = sen\theta_2 \rightarrow \boxed{\theta_2 = 16,8^\circ}$

El rayo sale del vidrio aproximadamente $16,8^\circ$ con el eje óptico

(e) (En que punto del eje incide el láser después de abandonar el vidrio)

Una vez fuera del bloque, el rayo sigue en línea recta.

$0 = y_2 - x\,tg\,\theta_2$

$x = \frac{y_2}{tg\,\theta_2} = \frac{0,1931}{tg\,16,8^\circ} = 0,64\,cm$

(15) Indice de vidrio. $n_0 = 1,6$ | Altura del objeto: $y_0 = 15mm$

" del aire: $n = 1$ | Distancia del objeto a la principal: 50mm

Espesor. $e = 25mm$

$R_1 = +400mm$ | $R_2 = -400mm$

(A) Matriz de transferencia de la lente gruesa.

MT (Matriz de las 2 refracciones y la propagación dentro del vidrio)

$M = M_2 \cdot T(e) M_1$

1) Aire-Vidrio (1 cara)

Matriz de refracciones: $M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{n_0 - n}{n_0 R_1} & \frac{n}{n_0} \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1,6-1}{1,6(400)} & \frac{1}{1,6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0,000938 & 0,625 \end{pmatrix}$

2) Propagación dentro del vidrio: $e = 25mm$

$$T(e) = \begin{pmatrix} 1 & e \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Por tanto $T = \begin{pmatrix} 1 & 25 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Scanned with CamScanner

Segunda cara: Vidrio - Aire

La matriz de refracción de 2 cara es:

$$M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{n-n_0}{nR_2} & \frac{n_0}{n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1-1,6}{1(-100)} & 1,6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0,0015 & 1,6 \end{pmatrix}$$

Multiplicamos con las matrices. $T.M1 = \begin{pmatrix} 1 & 05 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0,0009375 & 0,625 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9765 & 15,621 \\ -0,00093 & 0,625 \end{pmatrix}$$

Ahora multiplicamos por M2 : $M = M_2 (TM1)$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0,0015 & 1,6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,9765 & 15,625 \\ -0,0009 & 0,625 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0,976 & 15,65 \\ -0,002 & -0,375 \end{pmatrix}$$

(B) Distancia focal: $M = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$

$f' = -1/C \qquad C = -0,002$

$f = 1/C$

$$f' = -\frac{1}{-0,002} = 337 \text{ mm}$$

) para la distancia focal objeto

$$f = \frac{1}{-0,002} = 337 \text{ mm}$$

la lente es convergente $\Rightarrow P = \frac{1}{f'(m)} = \frac{1}{0,337} = 2,965 D$

Esto en m

(c) Posición de los planos calculados

1) Planos principales H y H'

las distancias desde los vértices a los planos principales se calculan mediante

$$d_1 = \frac{D-1}{C} \qquad d_2 = \frac{A-1}{C}$$

$$A = D = 0,97$$

$$d_1 = d_2 = \frac{0,97 - 1}{-0,002} = 7,91 m$$

el plano principal objeto H está a 7,91 mm a la derecha del primer vértice V1

el plano principal imagen H' está a 7,91 mm a la izquierda del 2 vértice V2

Como el espesor es 25mm, la posición H', medida desde V1 es:

$x_{H'} = 25 - 7{,}91 = 17{,}09\ mm$

Foco objeto → está a distancia focal objeto de H

$x_F = d_1 + f = 7{,}91 - 337{,}29 = -329{,}38\ mm$

El foco imagen ' está a distancia focal imagen de H'

$x_{F'} = x_{H'} + f' = 17{,}09 + 337{,}29 = 354{,}38\ mm$

Puntos Nodales N y N'

Como la lente está rodeada de aire por ambos lados, los puntos nodales coinciden con los planos principales

$x_N = 7{,}91\ mm$

$x_{N'} = 17{,}09\ mm$

④ Posición y tamaño de la imagen

El objeto real tiene una altura de 15mm y está situada a 50mm a la izquierda de la primera cara

La posición respecto al vértice es: $x_C = -50\ mm$

Como el plano principal objeto H está en $x_H = +7{,}91\ mm$

la distancia objeto respecto a H:

$s = x_O - x_H = -50 - 7{,}91 = -57{,}91\ mm$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{-57,91} = \frac{1}{337,29}$$

$$\frac{1}{s'} + 0,01727 = 0,00296$$

$$\frac{1}{s'} = 0,00296 - 0,017 = -69,59\,mm$$

La imagen se encuentra 69,59 mm de la izquierda del plano principal imagen H'

Para hallar su posición respecto al vértice es:

$$x_1 = x_{H'} + s' = 17,09 - 69,59 = -52,50\,mm$$

La imagen queda unos 52,50 mm a la izquierda de la cara

Tamaño de la Imagen

El aumento lateral es $B = \frac{s'}{s} = \frac{-69,59}{-57,91} = +1,207$

El tamaño de la imagen es: $y' = By = 1,207 \cdot 15$

$= 18,11\,mm$