EJERCICIO 11

DIELÉCTRICO EN UN CONDENSADOR AISLADO

Datos

$C_0 = 20\ \text{nF} = 20 \cdot 10^{-9}\ \text{F}$

$V_0 = 100\ \text{V}$; $\varepsilon_r = 2$

El condensador se carga y después se desconecta: la carga Q permanece constante.

1. Energía inicial

$U_0 = \frac{1}{2} C_0 V_0^2$

$U_0 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10^{-9} \cdot 100^2$

$U_0 = 1{,}0 \cdot 10^{-4}\ \text{J} = 100\ \mu\text{J}$

2. Al introducir el dieléctrico

Como llena el espacio: $C = \varepsilon_r C_0 = 2 \cdot 20\ \text{nF} = 40\ \text{nF}$

Al estar aislado, Q no cambia. Por tanto:

$U = Q^2/(2C) = U_0/\varepsilon_r$

$U = 100\ \mu\text{J} / 2 = 50\ \mu\text{J}$

3. Variación de energía

$\Delta U = U - U_0 = 50\ \mu\text{J} - 100\ \mu\text{J}$

RESULTADO: $\Delta U = -50\ \mu\text{J} = -5 \cdot 10^{-5}\ \text{J}$

La energía almacenada disminuye en 50 μJ.

EJERCICIO 12

CONDENSADOR AISLADO: DISTANCIA Y DIELÉCTRICO

Datos

$C_0 = 20$ nF; $V_0 = 5$ V; $\varepsilon_r = 2$

Se desconecta la pila: la carga Q permanece constante.

1. Carga inicial

$Q = C_0 V_0 = 20$ nF · 5 V

$Q = 100$ nC $= 1{,}0 \cdot 10^{-7}$ C

2. Capacidad final

La capacidad es inversamente proporcional a la distancia: al reducir d a la mitad, C se duplica.

$C_1 = 2C_0 = 40$ nF

El dieléctrico duplica de nuevo la capacidad:

$C_f = \varepsilon_r C_1 = 2 \cdot 40$ nF $= 80$ nF

3. Energía final

Como Q permanece constante: $U_f = Q^2/(2C_f)$

$U_f = (100 \cdot 10^{-9})^2 / (2 \cdot 80 \cdot 10^{-9})$

RESULTADO: $U_f = 6{,}25 \cdot 10^{-8}$ J $= 62{,}5$ nJ

EJERCICIO 13

CONDENSADOR DE PLACAS CON DIELÉCTRICO

Datos

$S = 1\ m^2$; $d = 3\ cm = 0{,}03\ m$

$b = 1\ cm = 0{,}01\ m$; $\varepsilon_r = 2$; $V_0 = 100\ V$

$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ F/m$. El condensador está aislado.

a) Carga libre inicial

Antes de introducir el dieléctrico: $C_0 = \varepsilon_0 S/d$

$C_0 = (8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 1)/0{,}03$

$C_0 = 2{,}95 \cdot 10^{-10}\ F$

$Q = C_0 V_0 = 2{,}95 \cdot 10^{-10} \cdot 100$

RESULTADO: $Q \approx 2{,}94 \cdot 10^{-8}\ C$

b) Capacidad con la placa dieléctrica

Queda aire de espesor $d - b = 0{,}02\ m$ y dieléctrico de espesor $b = 0{,}01\ m$.

$C = \varepsilon_0 S / [(d - b) + b/\varepsilon_r]$

$C = 8{,}85 \cdot 10^{-12} / [0{,}02 + 0{,}01/2]$

$C = 8{,}85 \cdot 10^{-12} / 0{,}025$

RESULTADO: $C \approx 3{,}54 \cdot 10^{-10}\ F$

EJERCICIO 14

DOS CONDENSADORES CONECTADOS EN PARALELO

Datos

$C_1 = 0{,}1\ \mu F$; $V_1 = 10\,000\ V$

$C_2 = 0{,}3\ \mu F$, inicialmente descargado.

Se desconecta C_1 de la fuente y se conecta en paralelo con C_2.

1. Carga total conservada

$Q_{total} = C_1 V_1$

$Q_{total} = 0{,}1 \cdot 10^{-6} \cdot 10\,000 = 1{,}0 \cdot 10^{-3}\ C$

a) Tensión final común

En paralelo, ambos condensadores tienen la misma tensión.

$V_f = Q_{total}/(C_1 + C_2)$

$V_f = 1{,}0 \cdot 10^{-3} / (0{,}4 \cdot 10^{-6})$

RESULTADO: $V_f = 2500\ V$

b) Cargas y energías finales

$Q_{1f} = C_1 V_f = 0{,}1 \cdot 10^{-6} \cdot 2500 = 2{,}5 \cdot 10^{-4}\ C$

$Q_{2f} = C_2 V_f = 0{,}3 \cdot 10^{-6} \cdot 2500 = 7{,}5 \cdot 10^{-4}\ C$

$U_{1f} = \frac{1}{2} C_1 V_f^2 = 0{,}3125\ J \approx 0{,}31\ J$

$U_{2f} = \frac{1}{2} C_2 V_f^2 = 0{,}9375\ J \approx 0{,}94\ J$

EJERCICIO 15

SENSOR DE PRESIÓN: CONDENSADOR VARIABLE

Datos

V = 5 V constante; C_i = 1 nF; C_f = 2 nF
Δt = 1 ms = 10^{-3} s.

a) Cambio de distancia

Para un condensador de placas paralelas: $C = \varepsilon S/d$.
Si la capacidad se duplica, la distancia se reduce a la mitad.
RESULTADO: $d_f = d_i/2$; las placas se acercan.

b) Intensidad media

La tensión se mantiene constante y Q = CV.
$\Delta Q = V\Delta C = 5 \cdot (2 - 1) \cdot 10^{-9} = 5 \cdot 10^{-9}$ C
$I_{media} = \Delta Q/\Delta t = 5 \cdot 10^{-9} / 10^{-3}$
RESULTADO: $I_{media} = 5 \cdot 10^{-6}$ A = 5 μA

c) Energía en cada situación

$U_i = \frac{1}{2} C_i V^2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 10^{-9} \cdot 5^2$
U_i = 12,5 nJ
$U_f = \frac{1}{2} C_f V^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-9} \cdot 5^2$
RESULTADO: U_f = 25 nJ

EJERCICIO 16

COMBINACIÓN DE TRES CONDENSADORES

Datos y esquema

V_AB = 100 V; C_1 = 10 µF; C_2 = 5 µF; C_3 = 4 µF.
C_1 y C_2 están en serie en la rama superior; C_3 está en paralelo con esa rama.

a) Capacidad equivalente

Rama superior (serie): $1/C_{12} = 1/C_1 + 1/C_2$
$C_{12} = (C_1C_2)/(C_1 + C_2) = (10 \cdot 5)/(10 + 5)$
C_{12} = 3,33 µF
En paralelo con C_3: $C_{eq} = C_{12} + C_3$
RESULTADO: C_{eq} = 3,33 + 4 = 7,33 µF ≈ 7,3 µF

b) Energía de cada condensador

La rama superior tiene 100 V. En serie, la carga es igual:
$Q_1 = Q_2 = C_{12}V$ = 3,33 µF · 100 V = 333 µC
$V_1 = Q/C_1$ = 33,3 V; $V_2 = Q/C_2$ = 66,7 V
$U_1 = ½C_1V_1^2$ = 5,56 mJ ≈ 5,6 mJ
$U_2 = ½C_2V_2^2$ = 11,11 mJ ≈ 11,1 mJ
C_3 está directamente a 100 V: $U_3 = ½C_3V^2$
RESULTADO: U_3 = 20 mJ