Problema 1

Sabiendo que en las proximidades de la corteza terrestre hay un campo eléctrico uniforme de **100** V/m, dirigido hacia la Tierra, calcula la carga que debe tener un cabello de $2 \cdot 10^{-3}$ g de masa para que quede suspendido en el aire. Datos: $g = 10\ \text{m/s}^2$.

Datos:

$E = 100$ V/m (hacia la Tierra)

$m = 2 \cdot 10^{-3}\ \text{g} = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{kg}$

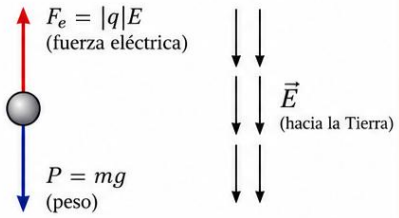
$g = 10\ \text{m/s}^2$

$q = ?$

Incógnita:

Carga q para que el cabello quede suspendido.

Diagrama de fuerzas:



Resolución:

1. **Condición de equilibrio**
   Para que el cabello quede suspendido, la fuerza eléctrica debe equilibrar el peso:
   $$|q|E = mg$$
2. **Despejamos la carga**
   $$|q| = \frac{mg}{E}$$
3. **Sustituimos los valores**
   $m = 2 \cdot 10^{-3}\ \text{g} = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{kg}$
   $$|q| = \frac{(2 \cdot 10^{-6}\ \text{kg})(10\ \text{m/s}^2)}{100\ \text{V/m}} = 2 \cdot 10^{-7}\ \text{C}$$
4. **Signo de la carga**
   El campo eléctrico está dirigido hacia abajo (hacia la Tierra), por lo que la fuerza eléctrica debe ser hacia arriba. Esto ocurre si la carga es negativa (fuerza en sentido contrario al campo).

$$\boxed{q = -2 \cdot 10^{-7}\ \text{C} = -0.2\ \mu\text{C}}$$

Problema 2

Dos **cargas fijas** $Q_1 = 3\ \mu$C y $Q_2 = -5\ \mu$C se encuentran alineadas y separadas por una distancia $D = 20$ cm. Calcular: **a)** El campo eléctrico en el punto medio de la línea recta que une ambas cargas **b)** ¿Cuál es la energía potencial que tendrá una carga $Q_3 = 20$ nC situada en ese punto? Datos: $k = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

Datos:

$Q_1 = 3\ \mu\text{C} = 3 \cdot 10^{-6}$ C

$Q_2 = -5\ \mu\text{C} = -5 \cdot 10^{-6}$ C

$D = 20\ \text{cm} = 0.20$ m

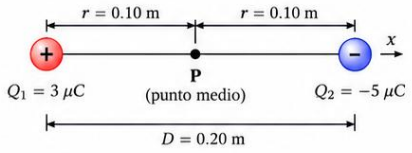
$Q_3 = 20\ \text{nC} = 20 \cdot 10^{-9}$ C

$k = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

a) $E = ?$

b) $U = ?$

Diagrama:



a) Campo eléctrico en el punto medio

1. **Módulo de cada campo**
   $$E_1 = k\frac{|Q_1|}{r^2} = \frac{(9 \cdot 10^9)(3 \cdot 10^{-6})}{(0.10)^2} = 2.7 \cdot 10^6\ \text{N/C}$$
   $$E_2 = k\frac{|Q_2|}{r^2} = \frac{(9 \cdot 10^9)(5 \cdot 10^{-6})}{(0.10)^2} = 4.5 \cdot 10^6\ \text{N/C}$$
2. **Dirección de los campos**
   En el punto medio, ambos campos apuntan *hacia la derecha* (lejos de la carga positiva y hacia la carga negativa), por lo que se suman.
3. **Campo resultante**
   $$E = E_1 + E_2 = 2.7 \cdot 10^6 + 4.5 \cdot 10^6 = 7.2 \cdot 10^6\ \text{N/C}$$

$$\boxed{\vec{E} = 7.2 \cdot 10^6\ \vec{\imath}\ \text{N/C}}$$

b) Energía potencial de una carga $Q_3 = 20$ nC en ese punto

1. **Potencial eléctrico en el punto medio**
   $$V = k\left(\frac{Q_1}{r} + \frac{Q_2}{r}\right) = k\ \frac{Q_1 + Q_2}{r}$$
   $$V = (9 \cdot 10^9)\frac{3 \cdot 10^{-6} - 5 \cdot 10^{-6}}{0.10} = (9 \cdot 10^9)\frac{-2 \cdot 10^{-6}}{0.10} = -1.8 \cdot 10^5\ \text{V}$$
2. **Energía potencial de Q_3**
   $$U = Q_3 V = (20 \cdot 10^{-9})(-1.8 \cdot 10^5) = -3.6 \cdot 10^{-3}\ \text{J}$$

$$\boxed{U = -3.6 \cdot 10^{-3}\ \text{J}}$$

Problema 3

Dos partículas de cargas $q_1 = 2\ \mu C$ y $q_2 = 4\ \mu C$ se encuentran fijas en el vacío y están separadas una distancia de 30 cm. Si soltamos q_2, determinar su energía cinética cuando, partiendo del reposo, se haya desplazado 20 cm. Datos: $k = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$.

Datos:

$q_1 = 2\ \mu C = 2 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$

$q_2 = 4\ \mu C = 4 \cdot 10^{-6}\ \text{C}$

$r_i = 30\ \text{cm} = 0.30\ \text{m}$

$r_f = 10\ \text{cm} = 0.10\ \text{m}$

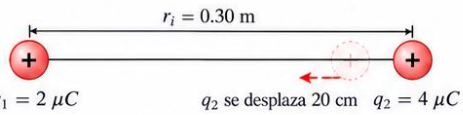
(se ha desplazado 20 cm hacia q_1, ya que ambas cargas son positivas)

$k = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

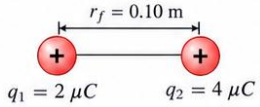
$E_C = ?$

Diagrama:

Posición inicial:



Posición final:



Resolución:

1. Energía potencial inicial y final

$$U = k\frac{q_1 q_2}{r}$$

$$U_i = k\frac{q_1 q_2}{r_i} = (9 \cdot 10^9)\frac{(2 \cdot 10^{-6})(4 \cdot 10^{-6})}{0.30}$$

$$U_i = 0.24\ \text{J}$$

$$U_f = k\frac{q_1 q_2}{r_f} = (9 \cdot 10^9)\frac{(2 \cdot 10^{-6})(4 \cdot 10^{-6})}{0.10}$$

$$U_f = 0.72\ \text{J}$$

2. Conservación de la energía mecánica

La carga q_2 parte del reposo, por lo que:

$$E_{C,i} + U_i = E_{C,f} + U_f \quad \rightarrow \quad 0 + U_i = E_C + U_f$$

3. Energía cinética de q_2

$$E_C = U_i - U_f = 0.24 - 0.72 = -0.48\ \text{J}$$

4. Resultado

$$E_C = 0.48\ \text{J} = 4.8 \cdot 10^{-1}\ \text{J} = 480\ \text{mJ}$$

$$\boxed{\vec{E}_C = 96\ \text{mJ}}$$

Problema 4

Un campo eléctrico viene determinado por la expresión $\vec{E} = 3x^2\,\hat{\imath}\ \text{kN/C}$. Determina la diferencia de potencial entre los puntos de coordenadas (1, 1, 1) m y (2, 1, 3) m.

Datos:

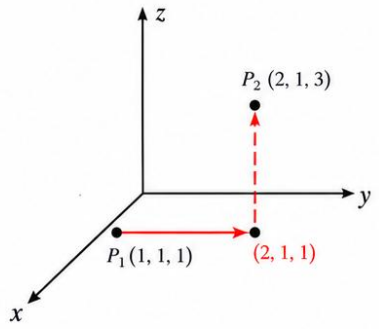
$\vec{E} = 3x^2\,\hat{\imath}\ \text{kN/C}$

$P_1\ (1, 1, 1)\ \text{m}$

$P_2\ (2, 1, 3)\ \text{m}$

$\Delta V = V_2 - V_1 = ?$

Diagrama:



Resolución:

1. Diferencia de potencial

$$\Delta V = V_2 - V_1 = -\int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

2. Trayectoria de integración

Elegimos una trayectoria por tramos: de (1,1,1) a (2,1,1) (en x) y luego de (2,1,1) a (2,1,3) (en z).

Como $\vec{E} = 3x^2\,\hat{\imath}$, el campo solo tiene componente en x, por lo que solo contribuye el tramo en x.

3. Cálculo de la integral

$$\Delta V = -\int_1^2 3x^2 \cdot 10^3\,dx$$

$$\Delta V = -10^3\left[x^3\right]_1^2 = -10^3\,(8 - 1) = -7 \cdot 10^3\ \text{V}$$

4. Resultado

$$\boxed{\Delta V = -\frac{15}{2}\ \text{V} = -7.5 \cdot 10^3\ \text{V}}$$

Problema 5

El potencial electrostático en cierta región del espacio está dado por $V = 2x^2 - y^2 + z^2$, donde x, y, z se expresan en metros y V en voltios. Determinar: **(a)** El vector campo eléctrico en el punto (1, 2, 3), **(b)** El trabajo que realizaría el campo sobre una carga puntual $q = 2\ \mu C$ que se desplazase desde el punto (1, 2, 3) hasta el (3, 3, 3).

Datos:

$V = 2x^2 - y^2 + z^2$

$P_1 = (1, 2, 3)$

$P_2 = (3, 3, 3)$

$q = 2\ \mu C = 2 \cdot 10^{-6}$ C

$(x, y, z$ en m)

Resolución:

a) Campo eléctrico

$$\vec{E} = -\nabla V = -\left(4x\,\hat{\imath} - 2y\,\hat{\jmath} + 2z\,\hat{k}\right)$$

$$\vec{E}(1, 2, 3) = \boxed{-4\hat{\imath} + 4\hat{\jmath} - 6\hat{k}\ \text{N/C}}$$

b) Trabajo del campo

$$W = q(V_i - V_f)$$

$$V_i = V(1, 2, 3) = 2(1)^2 - (2)^2 + (3)^2 = 7\ \text{V}$$

$$V_f = V(3, 3, 3) = 2(3)^2 - (3)^2 + (3)^2 = 18\ \text{V}$$

$$W = (2 \cdot 10^{-6})(7 - 18) = -22 \cdot 10^{-6}\ \text{J}$$

$$\boxed{W = -22\ \mu\text{J}}$$

Problema 6

El haz de electrones en el interior del tubo de rayos catódicos (tubo de imagen) de un televisor es acelerado por una diferencia de potencial de 10000 V. ¿Con qué velocidad impacta cada electrón sobre la pantalla del televisor? ¿Qué energía transportan? Dato: masa del electrón = $9.1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Datos:

$\Delta V = 10000$ V

$m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg

$q_e = -1.6 \cdot 10^{-19}$ C

$v = ?$

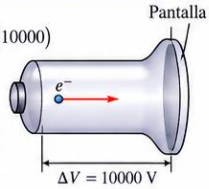
$E_C = ?$

Resolución:

Energía cinética adquirida

$$E_C = |q_e|\Delta V = (1.6 \cdot 10^{-19})(10000)$$

$$\boxed{E_C = 1.6 \cdot 10^{-15}\ \text{J}}$$



Velocidad

$$E_C = \frac{1}{2}m_e v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_C}{m_e}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2(1.6 \cdot 10^{-15})}{9.1 \cdot 10^{-31}}} = 5.9 \cdot 10^7\ \text{m/s}$$

$$\boxed{v = 6 \cdot 10^7\ \text{m/s}}$$

Problema 7

Disponemos de dos esferas de 10 mg de masa y 5 mm de radio, cargadas ambas con 1 nC. Una de ellas está fija mientras que la otra se lanza hacia la primera, desde una distancia muy lejana, con una velocidad de 1 m/s. ¿Chocarán las esferas? ¿Por qué? Si no chocan determina la distancia entre los centros de las esferas cuando la segunda se detiene. Dato: $k = 9 \cdot 10^9$ (S.I.) (despreciar la gravedad).

Datos:

$m = 10\ \text{mg} = 1 \cdot 10^{-5}$ kg

$R = 5$ mm (radio)

$q_1 = q_2 = 1\ \text{nC} = 1 \cdot 10^{-9}$ C

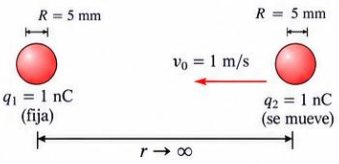
$v_0 = 1$ m/s

$k = 9 \cdot 10^9\ \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$

¿Chocan?:

$d = ?$

Diagrama:



Resolución:

1. Conservación de la energía

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{kq_1q_2}{d}$$

$$d = \frac{2\,kq_1q_2}{mv_0^2}$$

$$d = \frac{2(9 \cdot 10^9)(1 \cdot 10^{-9})(1 \cdot 10^{-9})}{(1 \cdot 10^{-5})(1)^2}$$

$$\boxed{d = 1.8 \cdot 10^{-3}\ \text{m}}$$

2. ¿Chocan?

No chocan, porque al acercarse la energía cinética se convierte en energía potencial electrostática y se detienen antes del contacto. La distancia mínima entre centros es $d > 2R = 1 \cdot 10^{-2}$ m.

Problema 8

En una cierta región del espacio un campo eléctrico vale $\vec{E} = 100\,\hat{\jmath}$ V/m. Una partícula de carga 2 μC se mueve dentro del campo desde el punto (1, 4) m hasta el punto (3, 2) m. Calcula: **(a)** La diferencia de potencial entre ambos puntos. **(b)** El cambio en la energía potencial de la partícula.

Datos:

$\vec{E} = 100\,\hat{\jmath}$ V/m

$q = 2\,\mu\text{C} = 2 \cdot 10^{-6}$ C

$P_A\ (1, 4)$

$P_B\ (3, 2)$

$(x, y$ en m)

$\Delta V = ?$

$\Delta U = ?$

Resolución:

a) Diferencia de potencial

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$= -100(y_B - y_A)$$

$$\Delta V = -100(2 - 4) = 200\ \text{V}$$

$$\boxed{V_B - V_A = 200\ \text{V}}$$

b) Cambio en la energía potencial

$$\Delta U = q\Delta V = (2 \cdot 10^{-6})(200) = 4 \cdot 10^{-4}\ \text{J}$$

$$\boxed{\Delta U = 4 \cdot 10^{-4}\ \text{J}}$$

Problema 9

En el interior de un conductor existe un potencial de la forma $V(x, y, z) = 0.05x + 2y + 2$ [V]. ¿En qué dirección se moverán los electrones?

Datos:

$V(x, y, z) = 0.05x + 2y + 2$

¿Dirección de movimiento de los electrones?

Resolución:

1. Campo eléctrico

$$\vec{E} = -\nabla V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{\imath} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{\jmath} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}\right) = -\left(0.05\,\hat{\imath} + 2\,\hat{\jmath} + 0\,\hat{k}\right)$$

2. Dirección de movimiento de los electrones

Los electrones (carga negativa) se mueven en sentido contrario al campo eléctrico, por lo que se desplazarán en la dirección de ∇V:

$$\boxed{(0.05,\ 2,\ 0)}$$

Resultado:

Los electrones se moverán en la dirección del vector (0.05, 2, 0).